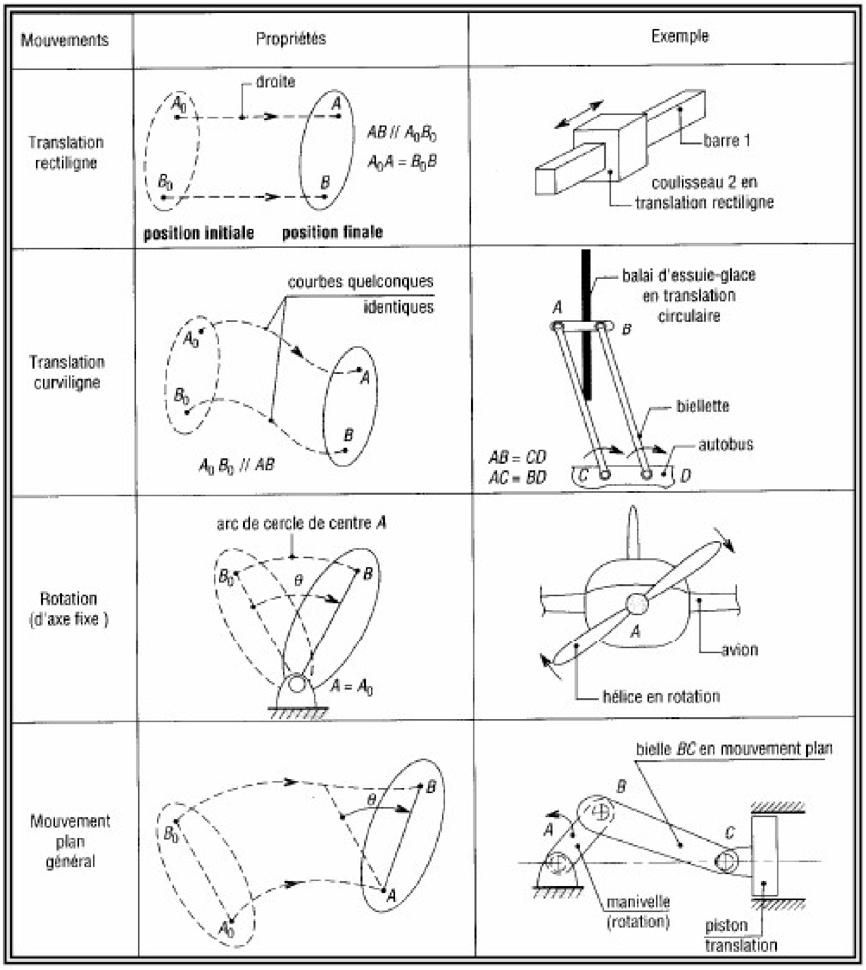
R2DP	**DOCUMENT RESSOURCE**	**Mouvement de rotation**
	N° info : RC-RESSOURCE- Mouvement de rotation	

CINEMATIQUE PLAN

1. INTRODUCTION :

Définition :

Un solide est en mouvement plan lorsque tous les points de celui-ci se déplacent dans des plans parallèles à un plan de référence.
Une translation (plane) et une rotation d'axe sont des mouvements plans particuliers.

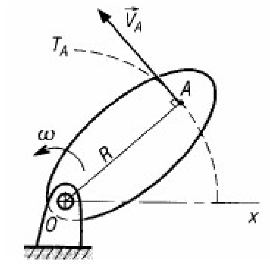


2. TRAJECTOIRE :

On appelle trajectoire du point (M) d'un solide (S) l'ensemble des positions occupées successivement par ce point, au cours du temps, au cours de son déplacement par rapport à un référentiel donné.
En représentant graphiquement dans un repère la courbe correspondant aux équations x(t), y(t), z(t) du vecteur position _OM(t), on obtient la trajectoire du pt M.
Notation : $\mathbf{T}_{M\in S/R}$ = trajectoire du point M appartenant à S, par rapport au repère $\Re_0$.

Trajectoire : **Rectiligne** : **droite passant par deux points distincts**
Circulaire : **cercle de centre et de rayon**

3. ROTATION D'UN SOLIDE AUTOUR D'UN POINT :



Soit un solide en mouvement de rotation de centre O.
Considérons un point A appartenant à ce solide.

La trajectoire de ce point est un cercle de centre A et de rayon R = OA

La vitesse de rotation peut être définie par :

- la vitesse angulaire **exprimée en rad/s et notée : ω**

- la « fréquence » de rotation : **exprimée en tr/mn et notée : n ou N**

La relation entre la vitesse angulaire et la vitesse de rotation (fréquence de rotation) est :

Tr/mn

Rad/s $$\boxed{\omega = \frac{\pi \,.\, N}{30}}$$

La détermination du vecteur vitesse se fait par :

- le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire.

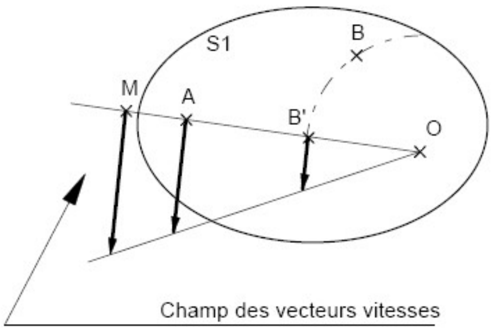
- la norme du vecteur vitesse est déterminée par :

rad/s **Rayon du cercle de rotation exprimé en m**

m/s $$\boxed{\vec{V} = \omega \,.\, R}$$

4. PROPRIETES DU CHAMPS DES VECTEURS VITESSES :

Les modules des vecteurs vitesses aux points A,B,...,M sont **proportionnels à la distance du centre de rotation O au point considéré**:

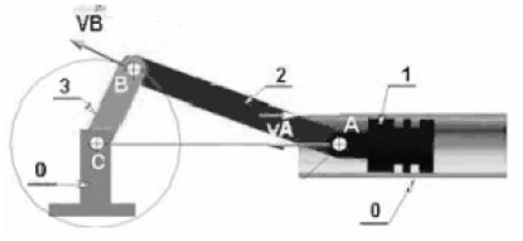


$$\frac{\left\|\overrightarrow{V_{A_{1/0}}}\right\|}{OA} = \frac{\left\|\overrightarrow{V_{B_{1/0}}}\right\|}{OB} = \ldots = \frac{\left\|\overrightarrow{V_{M_{1/0}}}\right\|}{OM}$$

Les vecteurs situés sur une même trajectoire ont donc même module.
On peut à partir d'un vecteur vitesse connue déterminer graphiquement tous les vecteurs vitesses d'un solide.

5. POINTS COINCIDENTS :

Si nous observons ce système bielle-manivelle, nous observons que le point **A** a une trajectoire horizontale par rapport au repère fixe 0.



Le point A appartient à la fois au piston 1 et à la bielle 2 ; c'est le centre de la liaison **PIVOT** entre 1 et 2.

Nous dirons que le point **A** est un point **coincident.**

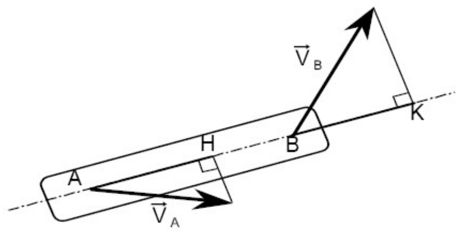
$$\boxed{\overrightarrow{V_{A1/2}} = \vec{0}}$$

6. EQUIPROJECTIVITE :

La propriété d'équiprojectivité est l'une des propriétés les plus importantes de la cinématique du solide. Abordée à l'occasion des mouvements plans, elle est également vérifiée pour des mouvements quelconques de solides dans l'espace.

Soit A et B deux points d'un solide en mouvement plan quelconque.

En traduisant que la distance [AB] est constante, nous obtenons la relation :



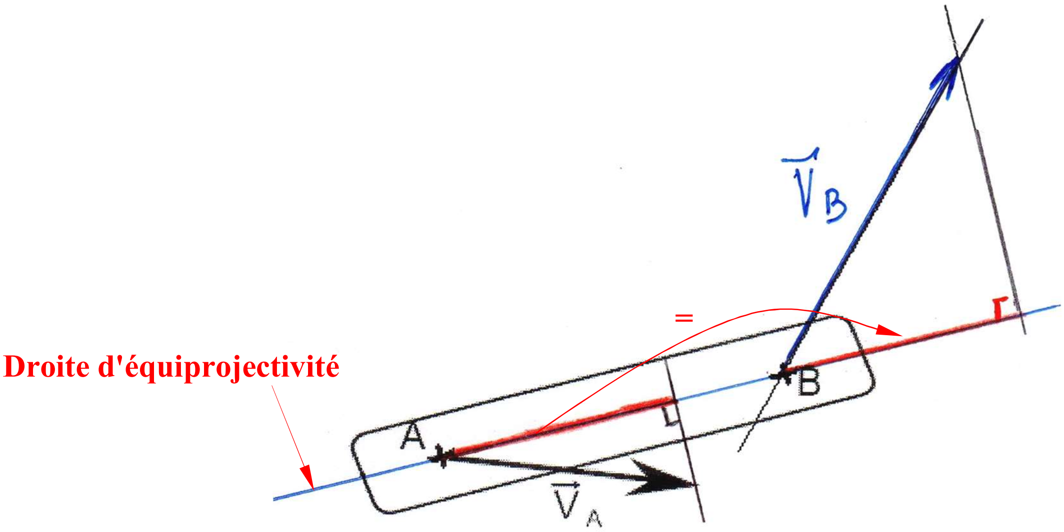
$$\boxed{\overrightarrow{V_A} \times AB = \overrightarrow{V_B} \times AB}$$

Autrement dit la projection orthogonale de $\overrightarrow{V_{A\,2/0}}$ est **égale** à la projection orthogonale de $\overrightarrow{V_{B\,2/0}}$.

Concrètement : $\boxed{\mathbf{AH = BK}}$

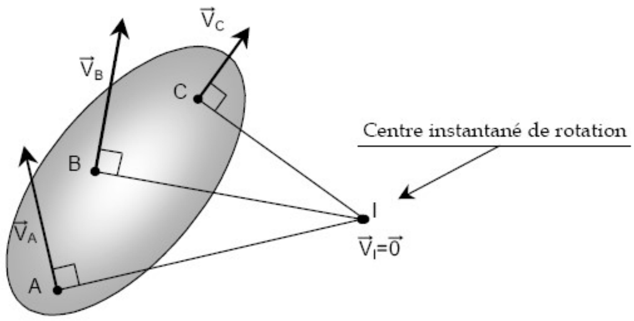
Ordre de Construction :

- TRACER la droite (AB),
- PROJETER orthogonalement $\overrightarrow{V_{A\,2/0}}$ *sur la (AB),*
- MESURER [AH],
- REPORTER le point K tel que [AH]=[BK],
- TRACER la droite ⊥ (AB) passant par K,
- l'intersection de cette droite avec la direction du vecteur $\overrightarrow{V_{B\,2/0}}$ vous donne $\overrightarrow{V_{B\,2/0}}$.



7. Centre Instantané de Rotation :C.I.R

Pour tout solide en mouvement plan, il existe un point I et un seul, ayant une vitesse nulle à l'instant t considéré et appelé : centre instantané de rotation ou **CIR**.



En tant que centre de rotation, le CIR est situé à **l'intersection** des perpendiculaires aux vecteurs-vitesses du solide.
Il a les propriétés d'un centre de rotation à l'instant considéré, donc la norme des vecteurs vitesse des points du solide est proportionnelle à la distance qui les sépare du centre instantané de rotation I.

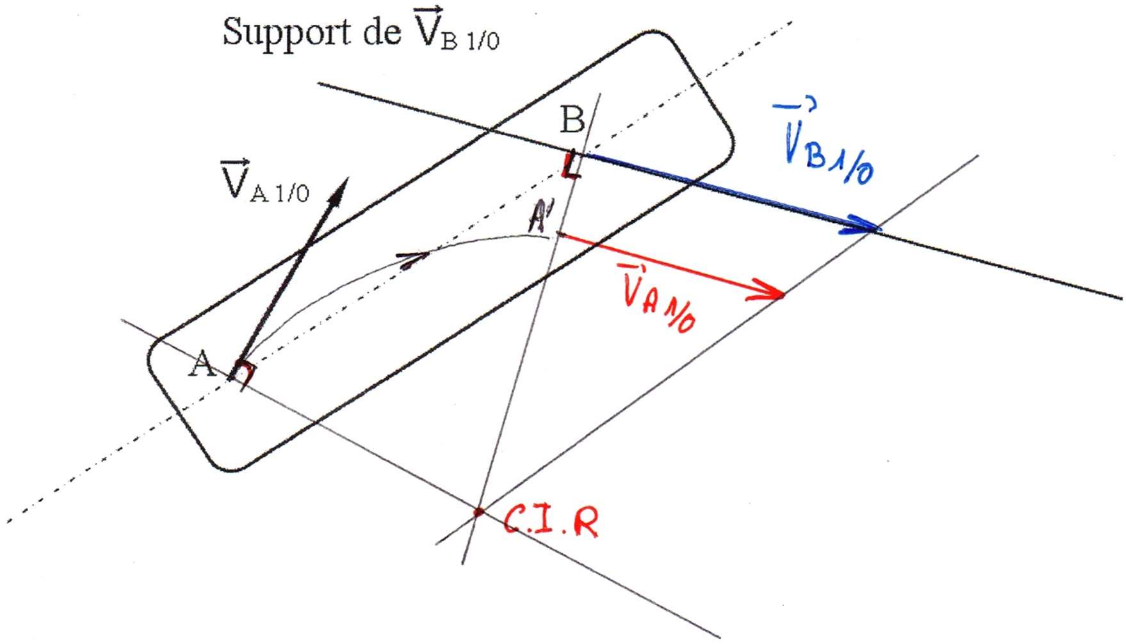
Ordre de Construction :

- Tracez la droite passant par A et perpendiculaire au vecteur $\overrightarrow{V_{A\,1/0}}$ et la perpendiculaire au support de $\overrightarrow{V_{B\,1/0}}$
- Prendre la distance [IB] que l'on reporte sur la droite (IA) . On obtient le point B' tel que : [IB] = [IB']
- Tracez la droite passant par le point I et l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{V_{A\,1/0}}$. cette droite s'appelle l'échelle de proportionnalité des vitesses . Sur cette échelle on trace la vitesse du point B' , $\overrightarrow{V_{B'\,1/0}}$, parallèlement à $\overrightarrow{V_{A\,1/0}}$ jusqu'à l'échelle de proportionnalité .
- Tracez le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B\,1/0}}$ sur son support car le point I est centre de rotation et les points B et B' sont à égales distance du point I. On a donc

$$\boxed{\frac{\overrightarrow{V_{B\,1/0}}}{IB} = \frac{\overrightarrow{V_{A\,1/0}}}{IA} = \frac{\overrightarrow{V_{A\,1/0}}}{IA'}}$$

Remarque : le vecteur rotation est obtenu de la marnière suivante :

$$\boxed{V_B = \omega \times IB}$$


Support de $\vec{V}_{B\,1/0}$
B
$\vec{V}_{B\,1/0}$
$\vec{V}_{A\,1/0}$
A'
$\vec{V}_{A\,1/0}$
A
C.I.R